

Perte d'énergie maximale d'une particule au cours d'une collision élastique

En traversant la matière, des particules très rapides perdent une partie de leur énergie incidente par collisions avec les électrons atomiques. On considère la collision entre la particule projectile A_1 , de masse au repos m_1 , et l'électron atomique cible au repos (masse m_e) comme élastique.

Après collision, on désigne par ϑ_1 l'angle de diffusion de A_1 et par ϑ_2 l'angle que fait l'électron cible avec la direction incidente du projectile. On considère les deux cas suivants :

A_1 est un électron, d'énergie cinétique $T_1 = 3$ [MeV],

A_1 est un photon, d'énergie cinétique $T_1 = 2$ [MeV].

1. Calculer, dans les deux cas, pour le projectile A_1 , l'énergie E_1 en [MeV], le facteur de Lorentz γ_1 , le facteur β_1 , rapport de sa vitesse sur c , et la quantité de mouvement p_1 en [MeV. c^{-1}]. Quelle est, en pm, la valeur de la longueur d'onde du photon incident?

2. (a) Exprimer les lois auxquelles satisfont le vecteur quantité de mouvement et l'énergie du système de particules (en quadri-forme).

(b) On désigne par p'_2 la norme de la quantité de mouvement de l'électron cible A_2 , après collision, et par T'_2 son énergie cinétique. Quelle est la relation entre $p'_2 c$ et T'_2 ?

(c) En éliminant, dans les lois précédentes sur les collisions, les caractéristiques dynamiques de la particule incidente diffusée A'_1 , établir la relation suivante entre T'_2 , $p'_2 c$ et ϑ_2 :

$$T'_2 (E_1 + K) = p_1 c p'_2 c \cos \vartheta_2,$$

dans laquelle K est une combinaison de constantes fondamentales dont on donnera la dimension physique, l'expression et la valeur.

(d) Dédire de l'équation précédente et de la relation entre $p'_2 c$ et T'_2 obtenue en 2b, l'expression de T'_2 en fonction de ϑ_2 .

3. (a) Montrer que la perte d'énergie maximale Q_{\max} du projectile a pour expression :

$$Q_{\max} = \frac{2K(\gamma_1 + 1)m_1 c^2}{m_1^2 c^4 + m_e^2 c^4 + 2\gamma_1 m_e c^2 m_1 c^2} T_1.$$

(b) Que vaut Q_{\max} dans le cas où le projectile A_1 est l'électron ? Et en approximation newtonienne ?

4. (a) Trouver Q_{\max} lorsque A_1 est un photon de fréquence ν .

(b) En déduire la fréquence ν' du photon diffusé en fonction de ν . Quelle est la valeur de l'écart correspondant en longueur d'onde, $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$? Faire l'application numérique.