

**Perte d'énergie maximale d'une particule au cours d'une collision élastique**

En traversant la matière, des particules très rapides perdent une partie de leur énergie incidente par collisions avec les électrons atomiques. On considère la collision entre la particule projectile  $A_1$ , de masse au repos  $m_1$ , et l'électron atomique cible au repos (masse  $m_e$ ) comme élastique.

Après collision, on désigne par  $\vartheta_1$  l'angle de diffusion de  $A_1$  et par  $\vartheta_2$  l'angle que fait l'électron cible avec la direction incidente du projectile. On considère les deux cas suivants :

$A_1$  est un électron, d'énergie cinétique  $T_1 = 3$  [MeV],

$A_1$  est un photon, d'énergie cinétique  $T_1 = 2$  [MeV].

- Calculer, dans les deux cas, pour le projectile  $A_1$ , l'énergie  $E_1$  en [MeV], le facteur de Lorentz  $\gamma_1$ , le facteur  $\beta_1$ , rapport de sa vitesse sur  $c$ , et la quantité de mouvement  $p_1$  en [MeV. $c^{-1}$ ]. Quelle est, en pm, la valeur de la longueur d'onde du photon incident?
- Exprimer les lois auxquelles satisfont le vecteur quantité de mouvement et l'énergie du système de particules (en quadri-forme).
  - On désigne par  $p'_2$  la norme de la quantité de mouvement de l'électron cible  $A_2$ , après collision, et par  $T'_2$  son énergie cinétique. Quelle est la relation entre  $p'_2 c$  et  $T'_2$  ?
  - En éliminant, dans les lois précédentes sur les collisions, les caractéristiques dynamiques de la particule incidente diffusée  $A'_1$ , établir la relation suivante entre  $T'_2$ ,  $p'_2 c$  et  $\vartheta_2$  :

$$T'_2 (E_1 + K) = p_1 c p'_2 c \cos \vartheta_2,$$

dans laquelle  $K$  est une combinaison de constantes fondamentales dont on donnera la dimension physique, l'expression et la valeur.

- Déduire de l'équation précédente et de la relation entre  $p'_2 c$  et  $T'_2$  obtenue en 2b, l'expression de  $T'_2$  en fonction de  $\vartheta_2$ .
- Montrer que la perte d'énergie maximale  $Q_{\max}$  du projectile a pour expression :

$$Q_{\max} = \frac{2K(\gamma_1 + 1)m_1 c^2}{m_1^2 c^4 + m_e^2 c^4 + 2\gamma_1 m_e c^2 m_1 c^2} T_1.$$

- Que vaut  $Q_{\max}$  dans le cas où le projectile  $A_1$  est l'électron ? Et en approximation newtonienne ?
- Trouver  $Q_{\max}$  lorsque  $A_1$  est un photon de fréquence  $\nu$ .
  - En déduire la fréquence  $\nu'$  du photon diffusé en fonction de  $\nu$ . Quelle est la valeur de l'écart correspondant en longueur d'onde,  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  ? Faire l'application numérique.