Université Paul Sabatier de Toulouse, année universitaire 2018-2019

L3 LICENCE PHYSIQUE

RELATIVITÉ/PHYSIQUE NUCLEAIRE

TD 4

1. **Équations de structure en électrodynamique - représentation covariante**

   (a) Soit le quadritenseur du champ électromagnétique $\{F^{\mu\nu}\}$. En déduire $\{F_{\mu\nu}\}$.

   (b) L'ensemble des équations de structure de Maxwell peut être écrit comme

   $$\partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0 \tag{1}$$

   Le vérifier selon:

   i. Montrer que pour les identités d'indices $\lambda = \mu$, $\lambda = \nu$, et $\mu = \nu$ l'équation (1) est trivialement vraie.

   ii. Montrer que l'équation (1) est invariante sous permutations individuelles $\lambda \leftrightarrow \mu$, $\lambda \leftrightarrow \nu$, et $\mu \leftrightarrow \nu$.

   iii. En déduire les equations uniques et montrer qu'elles sont équivalentes aux équations de structure de Maxwell.

   (c) Montrer que la forme

   $$\varepsilon^{\kappa\lambda\mu\nu}\,\partial_\lambda F_{\mu\nu} = 0 \tag{2}$$

   est équivalente à la forme (1) des équations de structure[1].

2. **Mouvement géneral d'une particule chargée dans un champs électrique uniforme et indépendant du temps**

   On considère une particule chargée, de charge q, en mouvement par rapport à un référentiel galiléen (R) où existe un champs électrique uniforme et indépendant du temps, $\mathbf{E}_s$ dirigé suivant l'axe Ox. A l'instant initial, t=0, la particule est à l'origine du repère R et est animée d'une vitesse initiale $\mathbf{v}_0$ parallèle à l'axe Oy et donc perpendiculaire au champ électrique.

   (a) Etudier le mouvement de cette particule par rapport au référentiel R et donner l'équation cartésienne de sa trajectoire dans le cadre de la mécanique relativiste.

   Au cours de ce calcul, on exprimera la vitesse de la particule en fonction de l'impulsion et de l'énergie, ainsi que l'énergie en fonction du temps.

   (b) Retrouver l'expression de la trajectoire classique dans l'approximation non relativiste.

[1] $\varepsilon^{\kappa\lambda\mu\nu}$ est le symbôle de Levi-Cività en quadri-forme. $\varepsilon = +1$ pour $(\kappa\lambda\mu\nu)$ une permutation pair de (0123), $\varepsilon = -1$ pour $(\kappa\lambda\mu\nu)$ une permutation impair de (0123), $\varepsilon = 0$ pour tout autre cas.

On donne:

$\int \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \ln\left(u + \sqrt{1+u^2}\right) = \operatorname{arcsinh}(u)$

$\cosh^2(u) - \sinh^2(u) = 1$

si $|u| \ll 1$ alors $\cosh(u) \approx 1 + \frac{u^2}{2}$