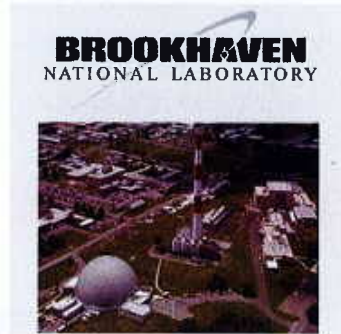


lecture ~~10~~  
(10)

CHART OF NUCLIDES

National Nuclear Data Center  
Brookhaven National Laboratory

<https://www.nndc.bnl.gov/chart>



Tooltips  
 On  
 Off

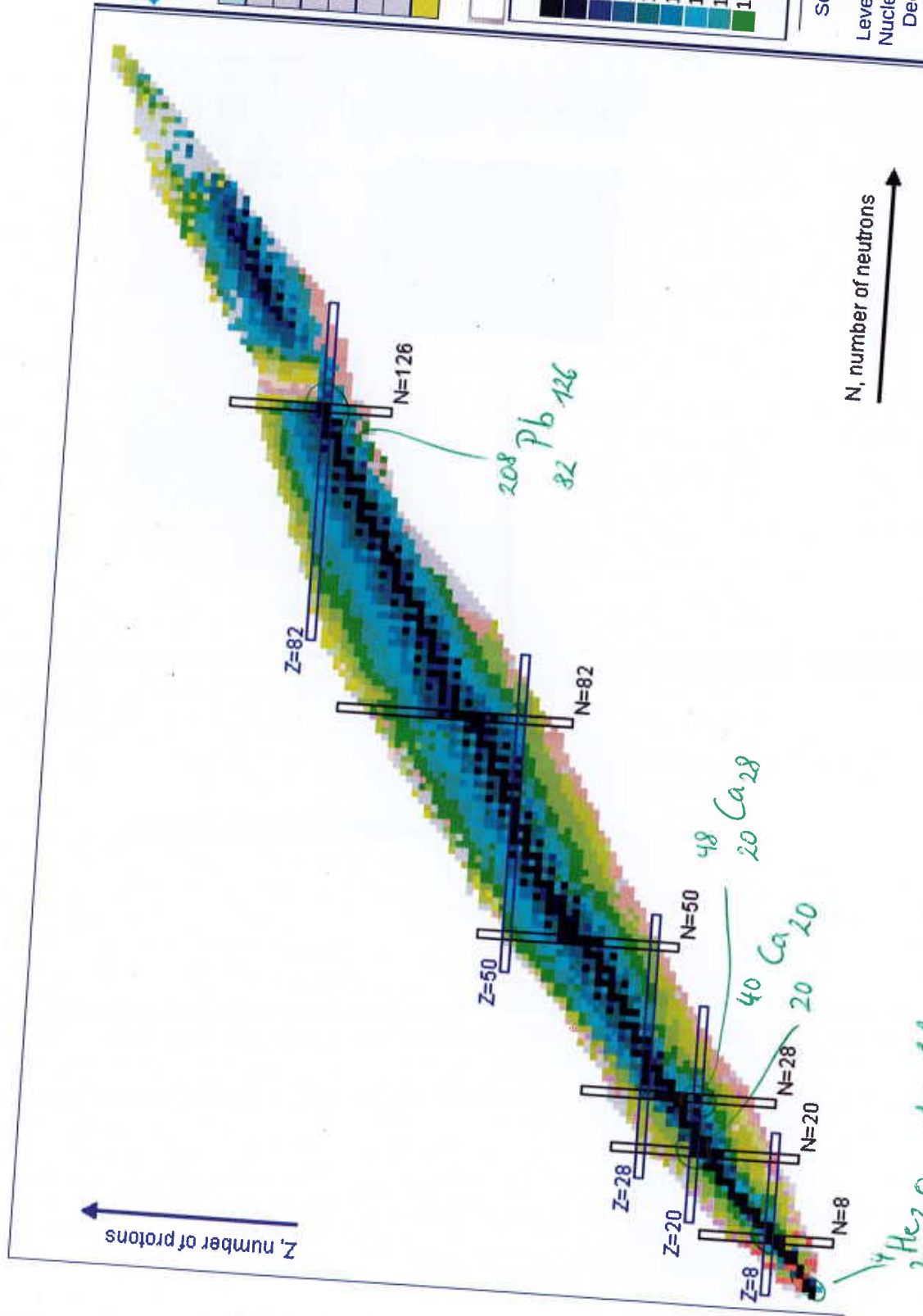
Uncertainty  
 NDS  
 Standard

Screen Size  
 Narrow  
 Wide

Nucleus

Seconds  
 > 10+15  
 10+10  
 10+07  
 10+05  
 10+04  
 10+03  
 10+02  
 10+01  
 10+00  
 unknown

Search options:  
 Levels and Gammas  
 Nuclear Wallet Cards  
 Decay Radiation



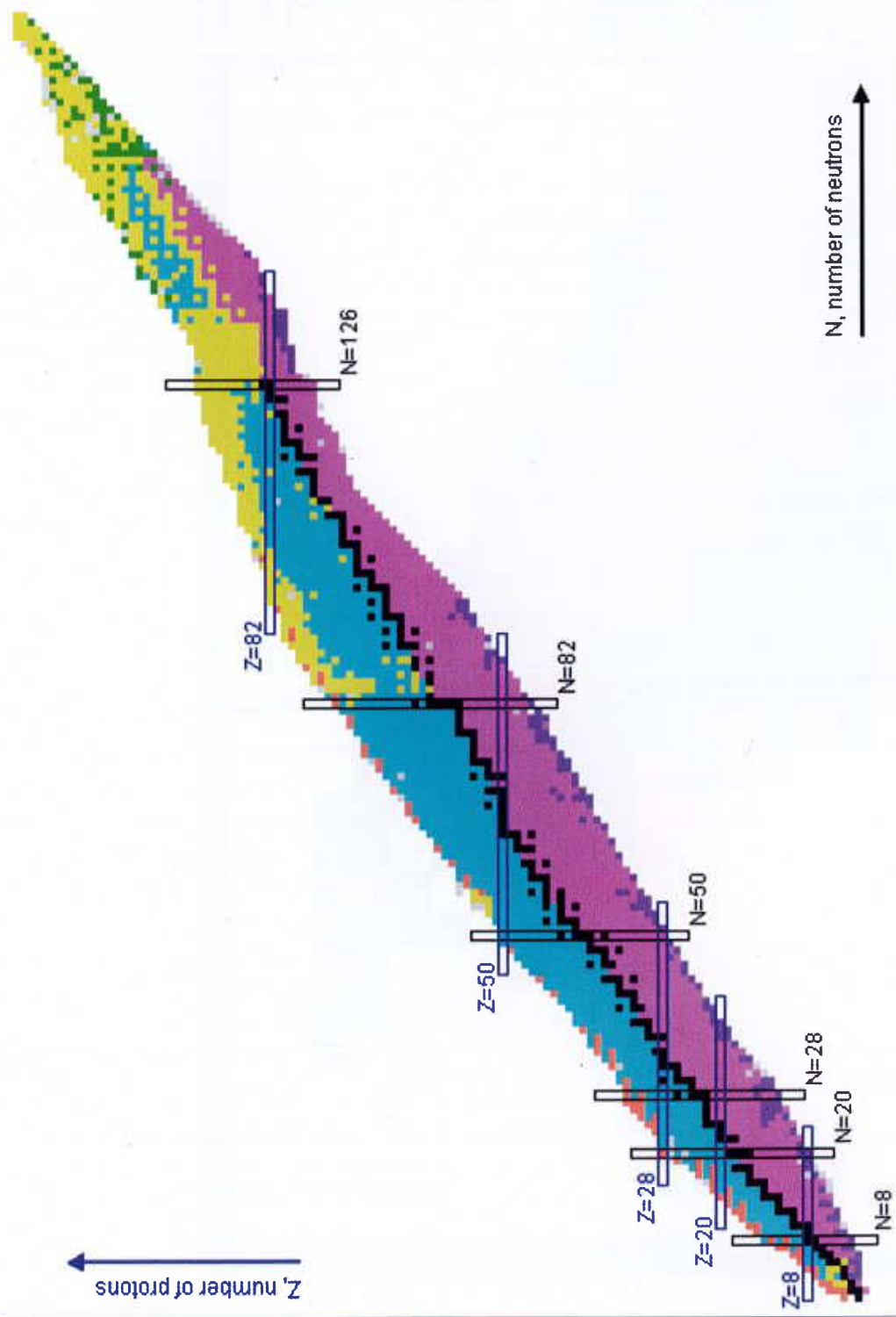
Tooltips  
 On  
 Off

Uncertainty  
 NDS  
 Standard  
 Screen Size  
 Narrow  
 Wide

Nucleus

Stable
EC+β+
β-
α
P
N
SF
Unknown

- Search options:
- Levels and Gammas
  - Nuclear Wallet Cards
  - Decay Radiation
- Help - Glossary



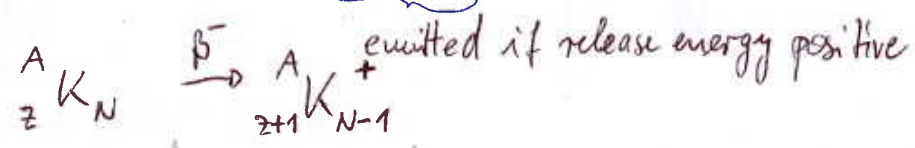
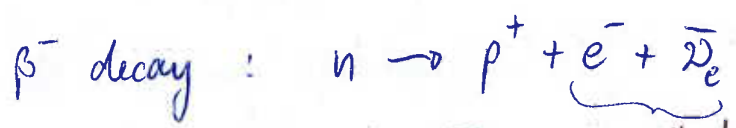
$$t_{1/2} \geq 1[d]$$

isomer : excited state(s) of given nuclide (with  $A=A'$ ,  $Z=Z'$ ,  $\Rightarrow N=N'$ )

### BNL Chart of Nuclides

			interactive	<u>semi-vie</u> $T_{1/2}$	decay mode
${}^1_1\text{H}_0$	proton	$\frac{1}{2}^+$		stable	
${}^2_1\text{H}_1$	deuteron	$1^+$		stable	
${}^3_1\text{H}_2$	tritium	$\frac{1}{2}^+$		12.3 [a.]	$\beta^-$
${}^4_1\text{H}_3$		$2^-$			n
${}^5_1\text{H}_4$		$\frac{1}{2}^+$			2n
${}^3_2\text{He}_1$		$\frac{1}{2}^+$		stable	
${}^4_2\text{He}_2$	alpha	$0^+$		stable	
${}^5_2\text{He}_3$		$\frac{3}{2}^-$			n (+ $\alpha$ )
${}^6_2\text{He}_4$		$0^+$		807 [ms]	$\beta^-$

n : neutron emission



gramme ~~des~~ des noyaux

1.2.2 modes de désintégration radioactive :

■ stable

■ electron capture (EC)



$$B=1$$

$$L_e=1$$

$$B'=1$$

$$L_e=1$$

proton du noyau capture  
un électron de l'atome  
(si présent)

(ou note la réaction croisée (!) :  

$$\bar{\nu}_e + p^+ + e^- \leftarrow n$$
  
 désintégration du neutron

or (ou)

■ désintégration radioactive  $\beta^+$  :



$$L_e=0$$

$$L_e' = -1 + 1 = 0$$

(aussi une réaction croisée de EC)



■ désintégration radioactive  $\beta^-$  :



un proton du  
noyau désintègre

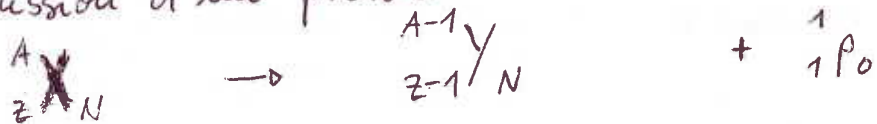
possible si  
 $E_{tot}({}^A_{Z-1} Y_{N+1})$

$$> E_{tot}({}^A_Z X_N)$$

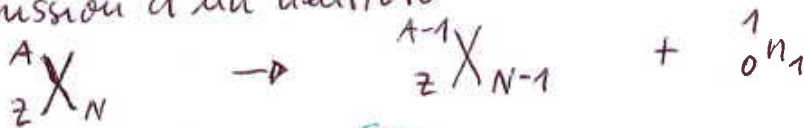
alors  $E_{tot}({}^A_Z X_N) > E_{tot}({}^A_{Z-1} Y_{N+1})$

un neutron du  
noyau désintègre

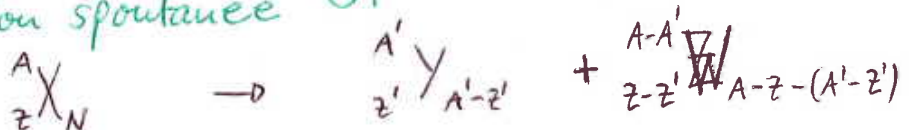
P : émission d'un proton



N : émission d'un neutron

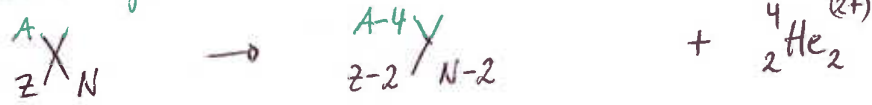


■ fission spontanée SF



observé pour  $Z > 82$ .

## W désintégration radioactive $\alpha$



typique pour noyaux avec  $Z > 50$ .

une question évidente :

\* Pourquoi émission des neutrons / désintégration des neutrons quand  $N$  augmente avec  $Z$  fixe ?

$\rightarrow$  regarder système  $2n$  ( ${}^2_0 X_2$ )

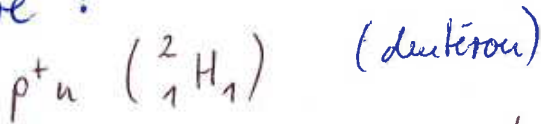
$$m_I(n) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m_I(2n) = -1$$

$$\Rightarrow I(2n) = 1$$

composante de iso spin triplet.

par contre :



$$m_I(p^+ n) = 0, \quad \text{composante d'un } I=0$$

iso spin singulet qui est plus stable !

Heisenberg Hamiltonian :

val. propre  $\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2 \propto +\frac{3}{4}$

$\propto -\frac{3}{4}$

force forte attractive,  
singulet plus bas  
en énergie !

(atome : contraire !)

E ↑	I=1	$M_I = 1$	$ p^+ p^+\rangle$
		$M_I = 0$	$\frac{1}{\sqrt{2}} [ p^+ n\rangle +  n p^+\rangle]$
		$M_I = -1$	$ n n\rangle$
	I=0	$M_I = 0$	$\frac{1}{\sqrt{2}} [ p^+ n\rangle -  n p^+\rangle]$

Analogie en physique atomique :

$m_s(1) \quad m_s(2) \quad m_s(1) \quad m_s(2)$

E ↑

$$S = 0$$

$$M_s = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right]$$

$$S = 1$$

$$M_s = 1$$

$$\left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$M_s = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right]$$

$$M_s = -1$$

$$\left| -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$$

Heisenberg Hamiltonian

$$\propto \hat{S}(1) \cdot \hat{S}(2)$$

valeurs propres  $\propto +\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}$

Pour une interaction répulsive (Coulombienne, électrostatique) on conclut que l'état triplet est plus stable que l'état singulet.

⇒ Si la force entre les particules est attractive (force forte) la situation est l'inverse :

Le singulet isospin est plus stable que le triplet isospin !

Dû au principe d'exclusion ( $\Leftrightarrow$  antisymétrie de la fonction d'onde fermionique) un état de deux nucléons de type  $I = 1$  est déstabilisé car l'attraction moyenne entre les nucléons est réduite !

Nota : Pas d'interaction directe entre spin (isospin)

### 2.2.3 Demi-vie

On suppose de connaître le taux de désintégration

$$\Gamma > 0 \quad \leftarrow \text{probabilité de désintégration par unité de temps.}$$

Soit  $N(t)$  nombre de particules (par exemple neutrons).

$$\text{Avec } \Delta t = t_2 - t_1 > 0$$

$$\text{et } \Delta N(t) = N_f(t) - N_i(t) < 0$$

on peut écrire

$$\Delta N(t) = -\Gamma N(t) \Delta t$$

proportionnel : • taux de dés.  
• intervalle  $\Delta t$   
•  $N(t)$  nombre particules

implique  
 $\Rightarrow$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma N(t)$$

$$\dot{N}(t) = -\Gamma N(t)$$

solution générale :  $\int_0^t -\Gamma dt'$

$$N(t) = N(0) e^{\int_0^t -\Gamma dt'} = N(0) e^{-\Gamma t}$$

$N(0)$  : nombre particules à  $t=0$ .

Démi-vie  $t_{1/2}$  :

Instant quand la moitié de  $N$  existe encore :

$$N(t_{1/2}) = \frac{N(0)}{2}$$

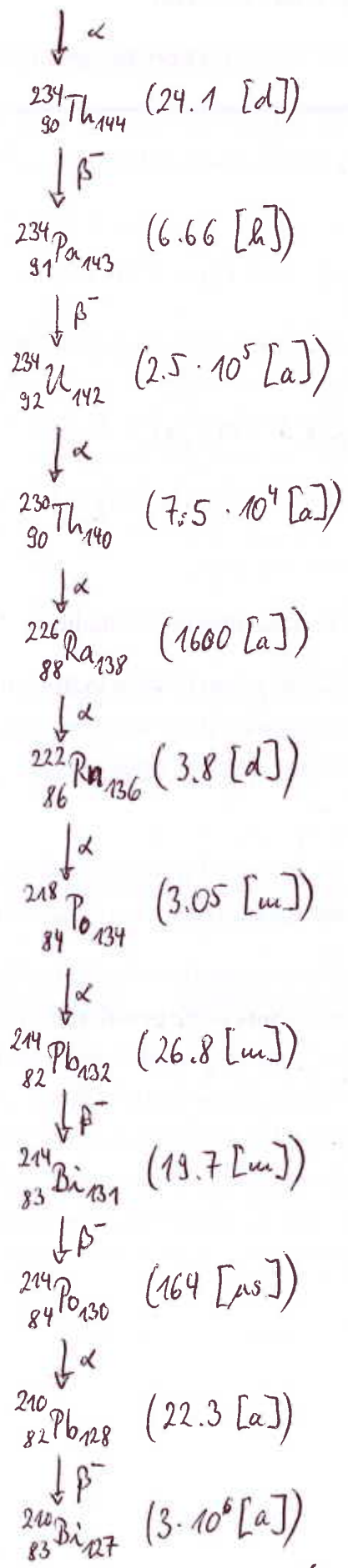
$$\Rightarrow N(t_{1/2}) = \frac{N(0)}{2} = e^{-\Gamma t_{1/2}} N(0)$$

$$\Leftrightarrow -\Gamma t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln\left(\frac{2}{1}\right) = -\ln 2$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\Gamma}$$



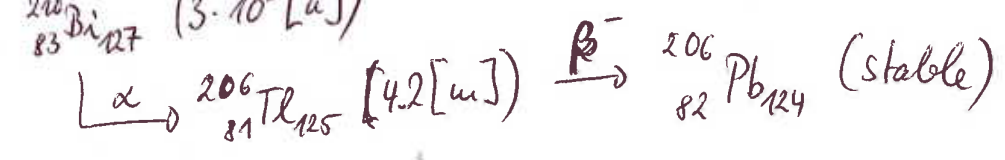
Chaîne de désintégration de  ${}^{238}_{92}\text{U}_{146} (0^+)$  ( $t_{1/2} = 4.5 \cdot 10^9 [a]$ ) :



$\swarrow$  dans des mers, dangereux pour l'homme.

$\rightarrow$  gaz, sort de mers, respiré.

$\downarrow$  désintégration continue de  ${}^{223}\text{Rn}$  dans le corps  $\sim 40\%$



## 2.2.4 Structure nucléaire

- Il existe des niveaux énergétiques discrets pour les nucléons (comme pour les électrons dans un atome).
- Potentiel moyen fourni par  $A-1$  nucléons (mean-field theory)  $\rightarrow$  Hartree-Fock \*  
(au contraire à l'atome où le potentiel est dominé par celui du noyau).
- Remplissage des niveaux en accord avec le principe d'exclusion de Pauli  
 $\rightarrow$  "Aufbau prinzip" (principe de construction)

\* potentiel sphériquement symétrique

$$\Rightarrow \Psi(r, \vartheta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_{l, m_l}(\vartheta, \varphi)$$

en (bonne pour noyaux légers) approximation, le potentiel est celui du 3D osc. harmonique.

$$\hat{V}(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

opérateur  
énergie  
potentielle

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} ; k \text{ constante force}$$

Nuclear Shell Model

Énergie oscillateur harmonique tridimensionnel :

$$E_{h.o.}^{3D} = (N + \frac{3}{2}) \hbar \omega$$

$$= (N_x + N_y + N_z + \frac{3}{2}) \hbar \omega$$

$$V(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

→ laq. polynômes  
→ harmou. sphérique

avec  $N = 2(n-1) + l$

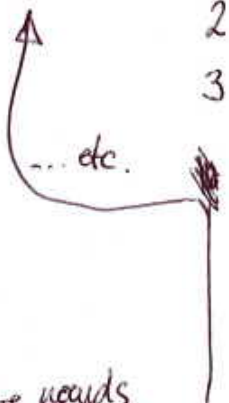
$n \in \mathbb{N}$   
 $l \in \mathbb{N}^0$

(why?)

osc. harm.  
donne la  
notation

possibilités principal N	radial n	angulaire l	(état)/niveau
0	1	0	1s
1	1	1	1p
2	1	2	1d
	2	0	2s
3	1	3	1f
	2	1	2p
4	1	4	1g
	2	2	2d
	3	0	3s

iso-énergétique  
dans l'oscillateur  
harmonique 3D



(alors 1s, 1p, 1d, 1f, ...  
2s, 2p, 2d, 2f, ...  
3s, 3p, 3d, 3f, ...)

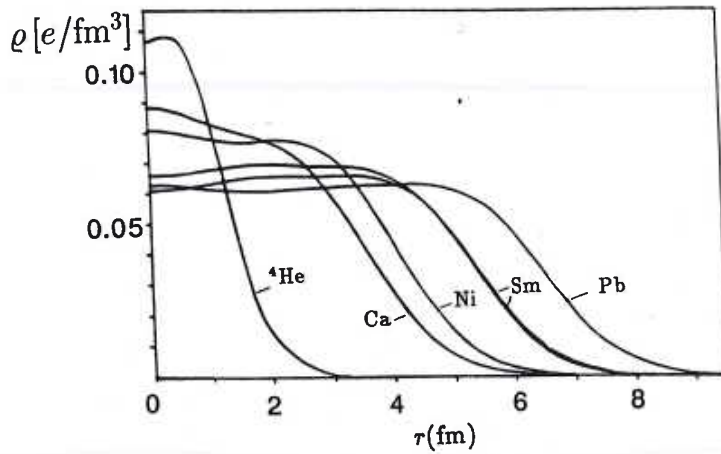
○ contraire à l'atome d'hydrogène)

nombre nœuds  
 $K = N - 1$  loi des nœuds en  
mécanique quantique

$$\left[ -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x) = E \psi(x) \right]$$

$\propto$  nombre  $\propto$  Énergie  
de  $\psi$   
 $\propto$   
# nœuds (k)

## Nuclear potential (mean field)



Electron scattering off nuclei (since 1950s)

$\Rightarrow$  Nuclear charge distribution;  
well described by Fermi distribution:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-c}{a}}}$$

$c$ : cutoff radius for which

$$\rho(r) = \frac{1}{2} \rho_0(r)$$

$$c \approx 1 [\text{fm}] A^{1/3}; \quad a = 0.54 [\text{fm}]$$

are empirically determined parameters.

$\rho_0$ : density inside nucleus (relatively constant)

Observation as motivation for  $\downarrow$

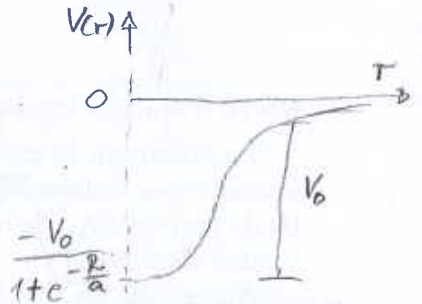
## Woods-Saxon potential

$$V_{WS}(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$R$  : nuclear radius parameter

$a$  : as before (above)

$V_0$  : well depth



However, it has been discovered that there is an important correction to the WS potential:

Atomic spin-orbit energies scale as

$$\Delta E_{so}^{at.} \propto \frac{1}{c^2} = \alpha^2 \approx \frac{1}{137^2} \text{ [a.u.]}$$

$\alpha$  : electromagnetic coupling constant  
(Sommerfeld constant)

For strong interaction:

$$\alpha_s \gg \alpha$$

$$\Rightarrow \Delta E_{so}^{nuc.} \gg \Delta E_{so}^{at.}$$

→ improved nuclear potential:

$$V(r) = V_{centr.}(r) + V_{ls}(r) \frac{\langle \hat{\vec{l}} \cdot \hat{\vec{s}} \rangle_{\psi}}{\hbar^2}$$

↑ so interaction constant

Donc un meilleur potentiel nucléaire s'écrit:

$$V(r) = V_{\text{centr.}}(r) + V_{ls}(r) \frac{\langle \hat{L} \cdot \hat{S} \rangle_{\psi}}{r^2}$$

↑  
constante de l'interaction  
spin-orbite

$$\frac{\langle \hat{L} \cdot \hat{S} \rangle_{\psi}}{r^2} = \frac{1}{2} \left[ -\hat{L}(\hat{L}+1) - \hat{S}(\hat{S}+1) + \hat{J}(\hat{J}+1) \right]$$

$$\hat{J} = \hat{L} + \hat{S}$$

$$\hat{J}^2 = \hat{L}^2 + \hat{S}^2 + 2\hat{L} \cdot \hat{S}$$

$$\Rightarrow \hat{L} \cdot \hat{S} = \frac{1}{2} (\hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2)$$

et avec base propre:  $|\psi\rangle = |j, l, s\rangle$

Résultat dans cadre de champ moyen (Hartree-Fock nucléaire):

image 17.6 Zetsche

Klingenberg, Rev. Mod. Phys. 24 (1952) 63

on calcule que  $\Delta E(l+\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}) = l + \frac{1}{2}$

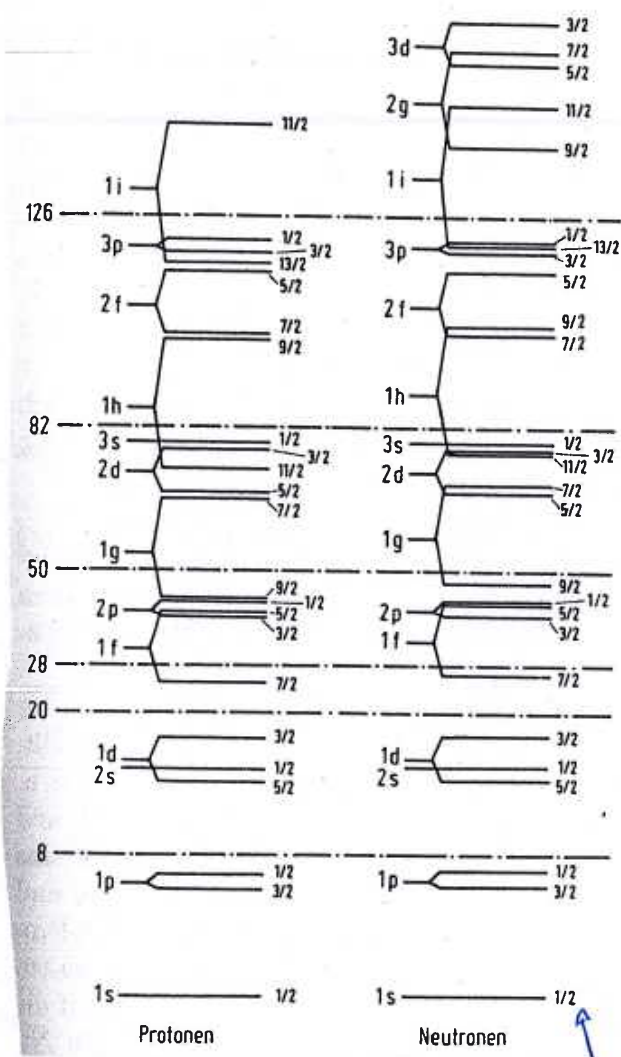
alors  $\propto l$ .

$\Rightarrow \Delta E$  augmente quand  $l$  augmente

Les nombres quantiques  $j$  se déterminent selon la série de Clebsch-Gordan:

$$\textcircled{2} \quad \Gamma^{(j)} \in \left\{ \Gamma^{(l+s)}, \Gamma^{(l+s-1)}, \dots, \Gamma^{(|l-s|)} \right\}$$

$$\textcircled{1} \quad \Gamma^{(l \otimes s)} \equiv \Gamma^{(0)} \otimes \Gamma^{(s)} \xrightarrow[\text{Sym.}]{\text{As.}} \Gamma^{(l+s)} \oplus \Gamma^{(l+s-1)} \oplus \dots \oplus \Gamma^{(|l-s|)}$$



$j$  ( $\pm m_j$  dégénérés)

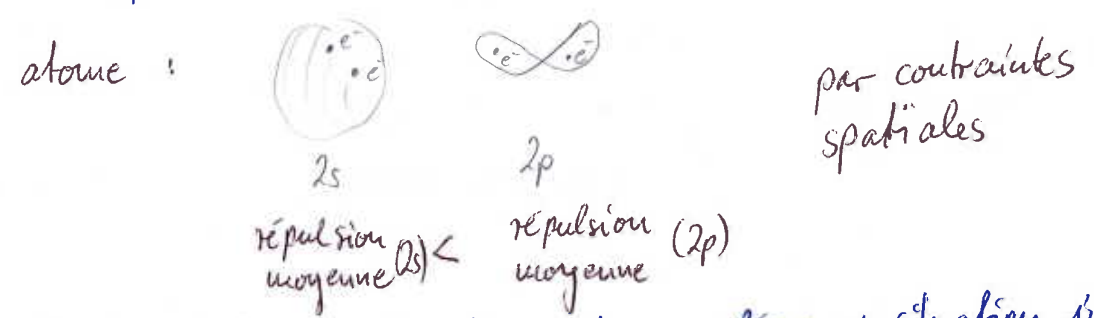
\* autre aspect intéressant :

$E_{N,l+2} < E_{N,l}$  (avec une exception : 1d, 2s)

dans un atome :

$E_{n,l+1} > E_{n,l}$  (typiquement)

c'est l'opposé! Raison :



mais la force forte est attractive entre nucléons  $\Rightarrow$  situation inverse.

en physique atomique  $V_{es} \propto \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle_{\psi}$

$\Delta E$  qui diminue en fonction de  $l$ .

en physique <sup>nucléaire</sup> ce n'est pas le cas.  $\Rightarrow$

$\Delta E$  augmente en fonction de  $l$ .

aussi: le signe de  $V_{es}$  est différent  $\Rightarrow$  change ordre énerg.  
des états  $l + \frac{1}{2}$  et  $l - \frac{1}{2}$ .

- Explique les différents nombres "magiques" pour états des protons / neutrons
- principe d'Aufbau (Pauli)  
(construction)
- couches pour protons et neutron indépendantes  
(couches protons et couches neutrons)