

et l'énergie totale s'écrit comme, avant collision :

$$E_m^* = E_a^* = \frac{m}{2} \vec{V}_1^{*2} + \frac{m}{2} \vec{V}_2^{*2} = m V_1^{*2}$$

utilisant vitesses par rapport à R

voir départ

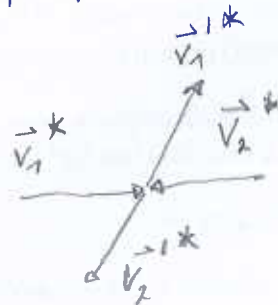
$$E_m^* = E_m'^* = \frac{m}{2} \vec{V}_1'^{*2} + \frac{m}{2} \vec{V}_2'^{*2} = m V_1'^{*2}$$

↑
conservation de l'énergie

↑
utilisant cons. impulsion

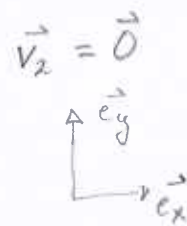
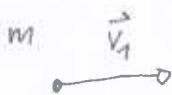
et $\|\vec{V}_1'\|^* = \|\vec{V}_1\|^*$
 $\|\vec{V}_2'\|^* \neq \|\vec{V}_2\|^*$

alors graphiquement :



avec différents angles, mais même longueurs de vecteurs comme résultat. $\vec{V}_1'^*$ toujours opposée $\vec{V}_2'^*$

2. Une particule au repos, mais masses inégales. Quel angle ?



traitement en R, laboratoire (ou observateur) :

les inconnus : $\|\vec{V}_2'\|$, $\|\vec{V}_1'\|$, α

conservation de l'impulsion $\Rightarrow$

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad \Rightarrow \quad m \vec{V}_1 = m \vec{V}_1' + 3m \vec{V}_2'$$

conservation de l'énergie $\Rightarrow$

$$E_m = E_m' \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{2} \vec{V}_1^2 = \frac{m}{2} \vec{V}_1'^2 + \frac{3m}{2} \vec{V}_2'^2$$

$$\vec{V}_1^2 = \vec{V}_1'^2 + 3 \vec{V}_2'^2$$

$\vec{p}_f$ est composée de deux vecteurs, alors on prend les projections :

$$\begin{aligned}\vec{p}_f \cdot \vec{e}_x &= m \vec{v}_1' \cdot \vec{e}_x + 3m \vec{v}_2' \cdot \vec{e}_x \\ &= m \cos \vartheta \|\vec{v}_1'\| + 3m \underbrace{\cos \alpha}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \|\vec{v}_2'\| \\ &= \cancel{m} \left(\cos \vartheta v_1' + \frac{3}{\sqrt{2}} v_2' \right) \quad \text{cons. imp.} \quad \vec{p}_i \cdot \vec{e}_x = v_1 \quad \text{①} \\ &\Rightarrow \boxed{\cos \vartheta v_1' + \frac{3}{\sqrt{2}} v_2' = v_1} \quad \uparrow = \|\vec{v}_1'\|\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{p}_f \cdot \vec{e}_y &= m \vec{v}_1' \cdot \vec{e}_y + 3m \vec{v}_2' \cdot \vec{e}_y \\ &= m (-\sin \vartheta) v_1' + 3m \underbrace{\sin \alpha}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} v_2' \\ &= \cancel{m} \left(-\sin \vartheta v_1' + \frac{3}{\sqrt{2}} v_2' \right) \quad \text{cons. imp.} \quad \vec{p}_i \cdot \vec{e}_y = 0 \quad \text{②}\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ on a deux équations :

$$\cos \vartheta v_1' + \frac{3}{\sqrt{2}} v_2' = v_1 \quad (1)$$

$$(2) \quad \frac{3}{\sqrt{2}} v_2' = \sin \vartheta v_1' \quad \Leftrightarrow \quad v_2' = \frac{\sqrt{2}}{3} \sin \vartheta v_1'$$

on élimine v_2' :

$$\begin{aligned}(1) \Rightarrow \cos \vartheta v_1' + \sin \vartheta v_1' &= v_1 \\ \Leftrightarrow v_1' (\cos \vartheta + \sin \vartheta) &= v_1\end{aligned}$$

voir avant,
conservation
de l'énergie

$$v_1^2 = v_1'^2 + \frac{2}{3} \sin^2 \vartheta v_1'^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_1^2 = v_1'^2 \left(1 + \frac{2}{3} \sin^2 \vartheta \right) \\ v_1^2 = v_1'^2 (\cos \vartheta + \sin \vartheta)^2 \end{cases} \quad \text{corrè de ça :}$$

$$\Rightarrow (\cos \vartheta + \sin \vartheta)^2 = 1 + \frac{2}{3} \sin^2 \vartheta$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \vartheta + 2 \sin \vartheta \cos \vartheta + \sin^2 \vartheta = 1 + \frac{2}{3} \sin^2 \vartheta$$

$= 1$

injecté en conservation
de l'énergie (voir avant)

$$\Delta = 0 \quad 2 \sin \vartheta \cos \vartheta = \frac{2}{3} \sin^2 \vartheta$$

$$\Leftrightarrow \cos \vartheta = \frac{1}{3} \sin \vartheta$$

$$\tan \vartheta = 3$$

$$\vartheta = \arctan 3 \approx 1.107 \text{ rad} \approx 63.43^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \vartheta = 116.56^\circ \neq 90^\circ$$

avec deux masses différentes!