

$$\vec{F} = -A (x^3 - a^2 x) \vec{e}_x \quad ; \quad A, a > 0 \text{ et const.}$$

1. Énergie potentielle associée à cette force

$$\vec{F}_x = -\vec{\nabla} U(x)$$

$$\text{alors } -A(x^3 - a^2 x) \vec{e}_x = -\vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} U(x)$$

$$\text{d'où } A(x^3 - a^2 x) = \frac{\partial}{\partial x} U(x)$$

$$\int A(x^3 - a^2 x) dx = A \left(\frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{2} a^2 x^2 \right) + \text{const}(x)$$

$$\Rightarrow U(x) = \frac{A}{4} x^4 - \frac{A}{2} a^2 x^2 + \text{const}(x)$$

2. Positions d'équilibre et leur nature
 graphe de $U(x)$ (avec $\text{const}(x) = 0$) :

point d'équilibre : critère $\vec{F}(\vec{x}) = \vec{0}$

$$\Rightarrow x^3 - a^2 x = 0$$

$$1) \quad x = 0$$

division par x pour $x \neq 0$

$$\Rightarrow x^2 - a^2 = 0$$

$$2) \quad x = +a$$

$$3) \quad x = -a$$

$$1) \quad U(x=0) = 0 \quad (\text{pour const.} = 0)$$

$$\left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=0} = (Ax^3 - Aa^2x)_{x=0} = 0$$

$$\left. \frac{d^2U}{dx^2} \right|_{x=0} = (3Ax^2 - Aa^2)_{x=0} = -Aa^2 < 0$$

$\Rightarrow x=0$ est
maximum local $\Rightarrow$ point instable

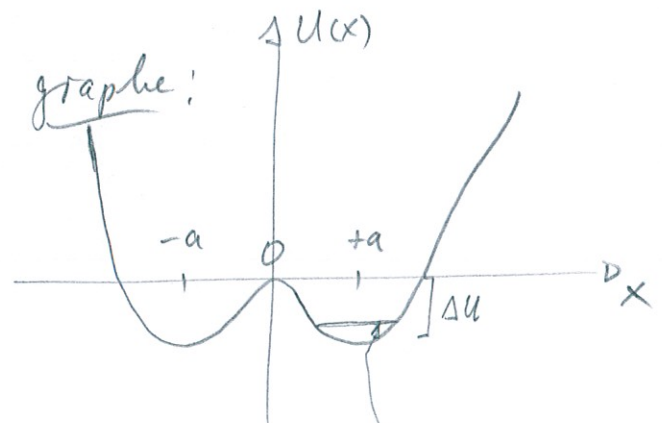
$$2) \quad x = +a$$

$$\left. \frac{d^2U}{dx^2} \right|_{x=a} = (3Ax^2 - Aa^2)_{x=a} = 3Aa^2 - Aa^2 = 2Aa^2 > 0$$

$\Rightarrow x=a$ minimum local, point stable

$$3) \quad x = -a$$

pareil.



$$3. \quad t=0, \quad a=x, \quad v_0$$

$$a) \quad v_0 < \sqrt{\frac{a^4 A}{4m}}$$

on regarde l'énergie cinétique : $E_c = \frac{m}{2} v_0^2$

$$\text{alors } E_c < \frac{m}{2} \frac{a^4 A}{4m} = \frac{a^4 A}{8}$$

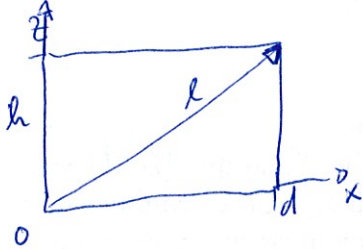
$$\Delta U = |U(x=0) - U(x=a)| = \left| 0 - \frac{A}{4}a^4 + \frac{A}{2}a^4 \right| = \left| +\frac{A}{2}a^4 \right| = \frac{A}{2}a^4$$

$\Rightarrow E_c < \Delta U \Rightarrow$ état lié
région locale

$$b) \quad v_0 \gg \sqrt{\frac{a^4 A}{4m}}$$

$\Rightarrow$ état lié non-local.

remarque :



rectangle. diagonale :
 $l^2 = h^2 + d^2$, $l = \sqrt{h^2 + d^2}$

par intégration :

$$\vec{l} = \int_0^d \frac{1}{d} (d \vec{e}_x + h \vec{e}_z) dx = \left| \frac{x}{d} d \vec{e}_x + \frac{x}{d} h \vec{e}_z \right|_0^d$$

$$= d \vec{e}_x + h \vec{e}_z$$

$$\|\vec{l}\| = \sqrt{d^2 + h^2} = l$$

✓