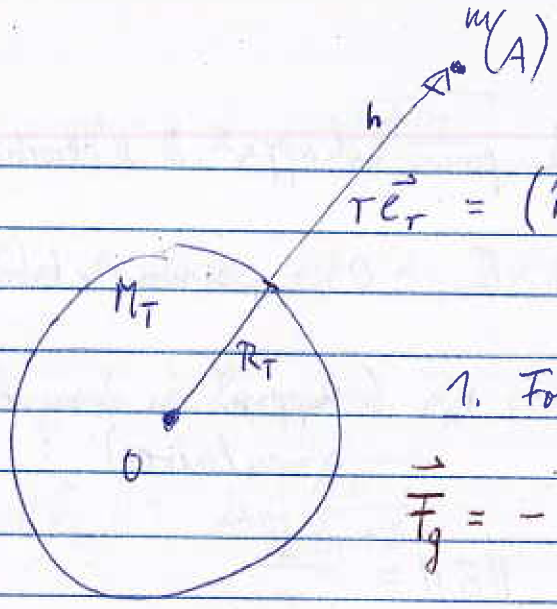

1. Force de gravitation

$$\vec{F}_g = -G\,\frac{M_T\, m}{r^2}\,\vec{e}_r = -G\,\frac{M_T\, m}{(R_T+h)^2}\,\vec{e}_r$$

2. Énergie potentielle

$$E_p = -\int_{\infty}^{r} -G\,\frac{M_T\, m}{r'^2}\,\underbrace{\vec{e}_{r'}\cdot\vec{e}_{r'}}_{=1}\,dr' + C$$

$$= G M_T m \int_{\infty}^{r} r'^{-2}\,dr' + C = -G M_T m \left[\frac{1}{r'}\right]_{\infty}^{r} + C$$

$$E_p(r) = -G M_T m\,\frac{1}{r} + C$$

$$E_p(r=\infty) = 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$\Rightarrow E_p = -\frac{G M_T m}{r}$$

3. Énergie mécanique de A

$$E_M = E_c + E_p = \frac{m}{2}\,\|\vec{v}_A\|^2 - \frac{G M_T m}{r}$$

4. Vitesse minimale pour échapper à l'attraction terrestre

Condition est $E_m \geq 0$, sinon état lié.

Expression pour v_A (supposé en mouvement circulaire) :

On sait que $\|\vec{a}_A\| = \dfrac{\|\vec{v}_A\|^2}{r}$

et aussi $\vec{a}_A = \dfrac{\vec{F}_g}{m} = -\dfrac{G M_T}{r^2}\,\vec{e}_r$

(Newton) (avec loi gravitation)

$$\Rightarrow \|\vec{a}_A\| = \frac{G M_T}{r^2}$$

$$\Rightarrow \|\vec{v}_A\|^2 = \frac{G M_T}{r}$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{m G M_T}{2r}$$

$$\Rightarrow E_M = \frac{m G M_T}{2r} - \frac{m G M_T}{r} = -\frac{G m M_T}{2r}$$

l'impulsion minimale à fournir pour que E_M devient zéro ou positive est alors

$$\frac{\|\vec{p}_+\|^2}{2m} \geq \frac{G m M_T}{2r}$$

$$\|\vec{p}_+\|^2 \geq m^2 \frac{G M_T}{r}$$

rectre

$$\|\vec{p}_+\| \geq m \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$$

donc la vitesse est $\|\vec{v}_+\| = \frac{\|\vec{p}_+\|}{m} = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}$

Rajouté à la vitesse du corps :

$$\|\vec{v}_{tot}\| = 2 \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}$$

5. ~~Vitesse~~ Altitude à vitesse quart

Théorème de l'énergie cinétique :

$$W = \Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1}$$

$$E_{c_1} = \frac{m}{2} v_L^2 \quad ; \quad E_{c_2} = \frac{m}{2} v^2$$

on cherche $v = \frac{v_L}{4} \Rightarrow E_{c_2} = \frac{v_L^2}{16} \frac{m}{2} = \frac{m v_L^2}{32}$

$$\Rightarrow W = \frac{m v_L^2}{32} - \frac{m}{2} v_L^2 = \left(\frac{m}{32} - \frac{16 m}{32}\right) v_L^2$$

$$= -\frac{15}{32} m v_L^2$$

travail est aussi :

$$W = \int_{R_T}^{R_T + h} \vec{F}_g \cdot dr\, \vec{e}_r = \dots = G M_T m \left[\frac{1}{r}\right]_{R_T}^{R_T + h}$$

$$= G M_T m \left(\frac{1}{R_T + h} - \frac{1}{R_T}\right) = \frac{G M_T m}{R_T + h} - \frac{G M_T m}{R_T}$$

il faut égalité, alors

$$\frac{GM_T m}{R_T + h} - \frac{GM_T m}{R_T} = -\frac{15}{32} m v_L^2$$

$$\frac{GM_T m}{R_T + h} = \frac{GM_T m}{R_T} - \frac{15}{32} m v_L^2$$

$$1 = \frac{R_T + h}{GM_T m} \left(\frac{GM_T m}{R_T} - \frac{15}{32} m v_L^2 \right)$$

$$R_T + h = \frac{GM_T m}{\left(\frac{GM_T m}{R_T} - \frac{15}{32} m v_L^2 \right)}$$

$$h = \frac{GM_T m}{\left(\frac{GM_T m}{R_T} - \frac{15}{32} m v_L^2 \right)} - R_T$$

6. Variations énergie

$$\Delta E_c = -\frac{15}{32} m v_L^2 \quad < 0$$

$$\Delta E_p = -W = \frac{GM_T m}{R_T} - \frac{GM_T m}{R_T + h} \quad > 0$$

$\Delta E_M = 0$ alors $\Delta E_c + \Delta E_p = 0$

explicitement :

$$\Delta E_p = \frac{GM_T m}{R_T} - \frac{\cancel{GM_T m}}{\frac{\cancel{GM_T m}}{\left(\frac{GM_T m}{R_T} - \frac{15}{32} m v_L^2 \right)}}$$

$$\Delta E_p = \frac{15}{32} m v_L^2 = -\Delta E_c$$